TECHNISCHE UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN

Prof. Dr. M. Schulze und Raul Epure — Wintersemester 2018/2019

Grundlagen der Mathematik II
Blatt 24

Abgabetermin: Freitag, 18.01.2019, 10:00 Uhr

Aufgabe 93. Bestimmen Sie die Jordannormalform folgender Matrix

$$A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 9 & 0 & 11 & -12 \\ 3 & 8 & 15 & -18 \\ 7 & 0 & 13 & -12 \\ 6 & 0 & 12 & -10 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}(4 \times 4, \mathbb{R}).$$

Geben Sie zudem alle möglichen Jordannormalformen an, welche dasselbe charakteristische Polynom und Minimalpolynom wie A besitzen.
Hinweis: Die Matrix A besitzt genau zwei ganzzahlige Eigenwerte.

Aufgabe 94. Bestimmen Sie folgende Integrale:

(a) $\int_0^1 \int_{-1}^1 \frac{xy}{1+y^2} \mathrm{d}y \mathrm{d}x$.

(b) $\int_0^R \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^4 \sin^3(\vartheta) \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}r$ für $R \in \mathbb{R}_{>0}$.

Aufgabe 95. Zeigen Sie, dass $O(3)$ eine 3-dimensionale kompakte Untermannigfaltigkeit von $\mathrm{Mat}(3 \times 3, \mathbb{R})$ ist.

Aufgabe 96. Es seien $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$ zwei auf einem Quader $[a, b] \subset \mathbb{R}^n$ integrierbare Funktionen. Zeigen Sie:

(a) Die Funktionen $f_+ := \max(f, 0)$ und $f_- := \max(-f, 0)$ sind auf $[a, b]$ integrierbar.

(b) Die Funktion $f \cdot g$ ist auf $[a, b]$ integrierbar.

(c) Ist f stetig und $g(x) \geq 0$ für alle $x \in [a, b]$, so gibt es ein $c \in [a, b]$ mit $\int_{[a,b]} f(x)g(x)\mathrm{d}x = f(c) \cdot \int_{[a,b]} g(x)\mathrm{d}x$.