Prof. Dr. M. Schulze und R. Epure Sommersemester 2018

Grundlagen der Mathematik I
Blatt 1

Abgabetermin: Montag, 23.04.2018, 10:00

Aufgabe 3. Seien M, N nicht-leere Mengen und $f : M \to N$ eine Abbildung. Ersetzen Sie das Symbol $\square$ durch eines der Symbole $\subset, \supset, =$ so, dass die folgenden Aussagen wahr werden.

(a) $f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B) \square f^{-1}(A \cap B)$ für alle $A, B \subset N$.

(b) $f(A) \cap f(B) \square f(A \cap B)$ für alle $A, B \subset M$.

Beweisen Sie Ihre Behauptung!

Aufgabe 4.

(a) Untersuchen Sie folgende Abbildung auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität:

i) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ x \mapsto 3x + 2$

ii) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ (x, y) \mapsto (x, 2x + y)$

(b) Seien M, N, L nicht-leere Mengen sowie $f : M \to N$ und $g : N \to L$ bijektive Abbildungen. Zeigen Sie, dass dann auch $f^{-1} : N \to M$ und $g \circ f : M \to L$ bijektiv sind.

Aufgabe 5. Seien M, N nicht-leere Mengen und $f : M \to N$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

i) f ist surjektiv.

ii) Für jede nicht-leere Menge Y und für zwei Abbildungen $g, h : N \to Y$ mit $g \circ f = h \circ f$ gilt $g = h$.

iii) Für alle Mengen $A \subset N$ gilt: $f(f^{-1}(A)) = A$.

Aufgabe 6. Seien M, N, L nicht-leere Mengen und $f : M \to N,\ g : N \to L$ Abbildungen. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv.

(b) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist g injektiv.

(c) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist f surjektiv.

(d) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv.