

Mathematik für Informatiker: Kombinatorik und Analysis

Sommersemester 2017 - Übungsblatt 12

Abgabetermin: 13.7.2017, 11:30h

Aufgabe 1. Approximieren Sie die Kreiszahl π von oben und unten durch Berechnung von Integralen von Treppenfunktionen kompatibel mit äquidistanten Zerlegungen (w_0, \dots, w_r) von $[-1, 1]$ mit $r = 4$ und $r = 5$.

Aufgabe 2.

- (a) Zeigen Sie, dass integrierbare Funktionen beschränkt sind.
(b) Sei $[a, b] \subseteq \mathbb{R}$ und seien $s, t \in \mathcal{T}([a, b])$. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, \\ x \mapsto \max\{s(x), t(x)\}$$

eine Treppenfunktion auf $[a, b]$ ist.

Aufgabe 3.

- (a) Sei $f: [-1, 1]$ eine Polynomfunktion. Zeigen Sie, dass $f \circ \cos: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ für $[a, b] \subseteq \mathbb{R}$ integrierbar ist.
(b) Sei $a_0 = 0$ und $a_n = 1 - \frac{1}{n}$ für $n \in \mathbb{R}_{\geq 1}$. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \\ x \mapsto \begin{cases} a_n & \text{falls } x \in [a_n, a_{n+1}), \\ 1 & \text{falls } x = 1, \end{cases}$$

integrierbar ist.

Aufgabe 4. Seien $a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$. Berechnen Sie mittels geeigneter Integrale die Fläche des Dreiecks, dessen Eckpunkte durch $(0, 0)$, (a, b) und $(c, 0)$ gegeben sind.