

## Mathematik für Informatiker: Kombinatorik und Analysis

Sommersemester 2017 - Übungsblatt 7

Abgabetermin: 8.6.2017, 11:30h

### Aufgabe 1.

- (a) Bestimmen Sie alle Häufungspunkte der Folge  $(\frac{2n+1}{3n} + 2(-1)^n)_{n \in \mathbb{N}}$ . Geben Sie außerdem jeweils Teilfolgen an, die gegen diese Häufungspunkte konvergieren.
- (b) Geben Sie eine Folge mit nur einem Häufungspunkt an, die nicht konvergiert.

**Aufgabe 2.** Sei  $a_0 = 1$  und  $a_{n+1} = \frac{2+a_n}{1+a_n}$  für  $n \geq 0$ . Zeigen Sie, dass die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Cauchy-Folge ist und bestimmen Sie ihren Grenzwert.

**Aufgabe 3.** Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz:

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+3-7n^2}{2+n^2-3n}$ ,
- (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ ,
- (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)^n}{(-3)^{n+1}}$ ,
- (d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ .

### Aufgabe 4.

- (a) Sei  $(a_n)_{n \geq 1}$  eine Folge mit  $a_n \in \{0, \dots, 9\}$  für alle  $n \geq 1$ . Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot 10^{-n}$$

konvergiert.

- (b) Zeigen Sie, dass es für jede reelle Zahl  $a \in [0, 1)$  eine Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_n \in \{0, \dots, 9\}$  für alle  $n \geq 1$  gibt, sodass

$$a = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot 10^{-n}.$$