

Mathematik für Informatiker: Kombinatorik und Analysis

Sommersemester 2017 - Übungsblatt 6

Abgabetermin: 1.6.2017, 11:30h

Aufgabe 1. Untersuchen Sie, ob folgende Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergieren. Bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert oder überprüfen Sie, ob der Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ ist. Verwenden Sie dabei nicht Satz 1.24.

(a) $\left(\frac{3n^5 - 2n^4 - 3n^2 - 1}{7n^5 + 8n^4 + 3n^3 + 5n^2 - n - 23}\right)_{n \in \mathbb{N}}$,

(b) $\left(\frac{n^2 + 2n - 5}{n + 7}\right)_{n \in \mathbb{N}}$,

(c) $((-1)^n n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Aufgabe 2. Die *Fibonacci-Zahlen* sind definiert durch $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ und $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$ für $n \geq 1$. Zeigen Sie:

(a) $f_{n+1}f_{n-1} - (f_n)^2 = (-1)^n$ für alle $n \geq 1$.

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_{n+1}f_{n-1}}{(f_n)^2} = 1$.

Aufgabe 3. Sei $a_0 = 1$ und $a_{n+1} = \sqrt{1 + a_n}$ für $n \geq 1$. Zeigen Sie, dass die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert und bestimmen Sie ihren Grenzwert.

Aufgabe 4. Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine konvergente Folge. Zeigen Sie:

(a) Für jedes $k \in \mathbb{N}$ gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+k}$.

(b) $|\lim_{n \rightarrow \infty} a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n|$.