

Mathematik für Informatiker: Kombinatorik und Analysis

Sommersemester 2017 - Übungsblatt 3

Abgabetermin: 11.5.2017, 11:30h

Aufgabe 1.

- (a) Betrachten Sie die Menge $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ mit der Teilbarkeitsrelation. Geben Sie das Hasse-Diagramm an und bestimmen Sie $\text{Min } M$ und $\text{Max } M$.
- (b) Betrachten Sie die Menge $N = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 2\}$ mit der Teilbarkeitsrelation. Zeigen Sie, dass $\text{Min } N = \mathbb{P}$, wobei \mathbb{P} die Menge der Primzahlen ist.

Aufgabe 2. Untersuchen Sie, ob die folgenden Relationen reflexiv, symmetrisch oder transitiv sind und stellen Sie sie grafisch dar:

- (a) $R_1 = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}, a \neq b\}$ auf \mathbb{Z} ,
- (b) $R_2 = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}, a + b = 1\}$ auf \mathbb{Z} ,
- (c) $R_3 = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}, a - b \text{ gerade}\}$ auf \mathbb{Z} ,
- (d) $R_4 = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}, a - b \text{ ungerade}\}$ auf \mathbb{Z} ,
- (e) $R_5 = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$ auf $\{1, 2, 3\}$.

Aufgabe 3. Sei M die Menge aller Menschen und sei R die Verwandtschaftsrelation auf M , d.h. $(a, b) \in R$ genau dann, wenn a mit b verwandt ist.

- (a) Untersuchen Sie, ob R reflexiv, symmetrisch oder transitiv ist.
- (b) Sei S die Vorfahrenrelation auf M , d.h. $(a, b) \in S$ genau dann, wenn a ein Vorfahre von b ist. Zeigen Sie, dass $S \subset R$, und untersuchen Sie, ob S reflexiv, symmetrisch oder transitiv ist.

Aufgabe 4. Sei M eine Menge und R eine Relation auf M . Zeigen Sie:

- (a) Falls R eine Halbordnung ist, so sind auch R^{-1} und $R \circ R$ Halbordnungen.
- (b) Falls R eine Totalordnung ist, so sind auch R^{-1} und $R \circ R$ Totalordnungen.