TECHNISCHE UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN

Prof. Dr. Mathias Schulze
Dipl.-Math. Dipl.-Phys. Philipp Korell
Fachbereich Mathematik

Mathematik für Informatiker: Kombinatorik und Analysis

Sommersemester 2017 - Übungsblatt 2

Abgabetermin: 4.5.2017, 11:30h

Aufgabe 1. Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv oder bijektiv und geben sie Linksinverse, Rechtsinverse und Umkehrabbildung an, falls diese existieren.

(a) $f_1 \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \colon x \mapsto 5x - 3$,

(b) $f_2 \colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \colon x \mapsto 5x - 3$,

(c) $f_3 \colon \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R} \colon (x, y) \mapsto (xz, x + 1)$,

(d) $f_4 \colon \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R} \colon (x, y) \mapsto (x - y, x + y)$,

(e) $f_5 \colon \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \colon (x, y) \mapsto 7x - 13y$.

Aufgabe 2.

(a) Seien X, Y, Z Mengen und $f \colon X \to Y$ und $g \colon Y \to Z$ zwei Abbildungen. Zeigen Sie:

  (i) Sind f und g surjektiv, so ist auch die Komposition $g \circ f \colon X \to Z$ surjektiv.

  (ii) Ist die Komposition $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv

(b) Seien X, Y, V, W Mengen und $f \colon X \to V$ und $g \colon Y \to W$ Abbildungen. Zeigen Sie, dass das Produkt $f \times g \colon X \times Y \to V \times W$ genau dann injektiv ist, wenn f und g injektiv sind.

Aufgabe 3.

(a) Wir betrachten die Abbildungen $f \colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \colon z \mapsto 3z + 2$ und $g \colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \colon z \mapsto (z, z^2 - 12z - 49)$.

  (i) Zeigen Sie, dass g injektiv ist.

  (ii) Geben Sie die Komposition von f und g an.

(b) Wir betrachten die Abbildung $f \colon \{1, 2\} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \colon (a, b) \mapsto 2a - b$ sowie die Mengen $A = \{1, 2\} \times \{1, 2\}$ und $B = \{1, 2\}$. Bestimmen Sie das Bild $f(A)$ und das Urbild $f^{-1}(B)$.

Aufgabe 4.

(a) Seien X, Y Mengen und $f \colon X \to Y$ eine bijektive Abbildung. Zeigen Sie, dass $(\Gamma_f)^{-1} = \Gamma_{f^{-1}}$.

(b) Seien X, Y, Z Mengen und $f \colon X \to Y$ und $g \colon Y \to Z$ Abbildungen. Zeigen Sie, dass $\Gamma_g \circ \Gamma_f = \Gamma_{g \circ f}$.