TECHNISCHE UNIVERSITÄT
KAISERSLAUTERN

Prof. Dr. Mathias Schulze
Dipl.-Math. Dipl.-Phys. Philipp Korell
Fachbereich Mathematik

Mathematik für Informatiker: Kombinatorik und Analysis

Sommersemester 2017 - Übungsblatt 1

Abgabetermin: 27.4.2017, 11:30h

Aufgabe 1. Seien A, B, C Aussagen. Zeigen Sie mittels Wahrheitstafeln, dass folgende Ausdrücke Tautologien sind:

(a) $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$,

(b) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$,

(c) $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$.

Aufgabe 2. Drücken Sie folgende Aussagen symbolisch aus und beweisen oder widerlegen Sie sie. Geben Sie außerdem die Negation der Aussagen in Symbolen an.

(a) Es gibt eine natürliche Zahl m, sodass für jede von m verschiedene natürliche Zahl n die n-te Potenz von m ungleich der n-ten Potenz von n ist.

(b) Für alle ganzen Zahlen a, b und c mit a und b kleiner als c gilt, dass die Differenz a minus b kleiner gleich c ist.

(c) Für jede ganze Zahl a gibt es eine ganze Zahl b, sodass die Summe a plus b negativ und die Differenz a minus b positiv ist.

Aufgabe 3.

(a) Beschreiben Sie sowohl durch Eigenschaft als auch mittels Bildungsgesetz die Menge aller natürlichen Zahlen, die größer als 2 und keine Primzahl sind.

(b) Drücken Sie die folgenden Aussagen in Symbolen aus:

   (i) Es gibt keine größte Primzahl.

   (ii) Zu jeder Primzahl gibt es eine größere Primzahl.

   Zeigen Sie, dass beide Aussagen äquivalent sind.

Aufgabe 4. Sei M eine Menge und $X, Y, Z \subset M$ Teilmengen. Zeigen Sie:

(a) $X \setminus Y = X \cap \overline{Y} = \overline{Y} \setminus \overline{X}$,

(b) $X \setminus (Y \setminus Z) = (X \cap Z) \cup (X \setminus Y)$,

(c) $(X \setminus Y) \cup Z = (X \cup Z) \setminus (Y \setminus Z)$,

(d) $X \setminus (Y \cap Z) = (X \setminus Y) \cup (X \setminus Z)$.