

Mathematik für Informatiker: Algebraische Strukturen

Wintersemester 2016 - Übungsblatt 5

Abgabetermin: 2.12.2016, 8:15h

Aufgabe 1. Bestimmen Sie alle Untergruppen der Ordnungen 3, 4, 5, 9 und 21 von S_4 .

Hinweis: Beachten Sie: Sie müssen beweisen, dass die von Ihnen bestimmten Untergruppen in Tat Untergruppen der entsprechenden Ordnung sind *und* dass Sie alle Untergruppen der gegebenen Ordnungen bestimmt haben.

Aufgabe 2.

- (a) Geben Sie eine Untergruppe von S_3 an, die kein Normalteiler ist.
- (b) Sei $\varphi : G \rightarrow G'$ ein Gruppenhomomorphismus, N ein Normalteiler von G und N' ein Normalteiler von G' . Zeigen Sie, dass $\varphi^{-1}(N')$ ein Normalteiler von G ist, $\varphi(N)$ im Allgemeinen aber kein Normalteiler von G' ist.

Aufgabe 3.

- (a) Sei G eine zyklische Gruppe endlicher Ordnung n . Zeigen Sie, dass G dann zu $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ isomorph ist.
Hinweis: Konstruieren Sie einen surjektiven Homomorphismus $\pi : \mathbb{Z} \rightarrow G$ und verwenden Sie den Homomorphiesatz.
- (b) Seien m und $n \in \mathbb{N}_{>0}$. Zeigen Sie, dass die Abbildung $f : \mathbb{Z}/m\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, $\bar{a} \mapsto \bar{a}$ genau dann wohldefiniert ist, wenn n ein Teiler von m ist.