

Mathematik für Informatiker: Algebraische Strukturen

Wintersemester 2016/17 - Übungsblatt 1

Abgabetermin: 4.11.2016, 8:15h

Aufgabe 1.

Drücken Sie die folgenden Aussagen symbolisch aus und beweisen oder widerlegen Sie sie. Geben Sie außerdem die Negation der Aussagen in Symbolen an.

- Es gibt eine natürliche Zahl m , so dass für jede von m verschiedene natürliche Zahl n die n -te Potenz von m ungleich der m -ten Potenz von n ist.
- Für alle ganzen Zahlen a, b und c mit a und b kleiner c gilt, dass die Differenz a minus b kleiner gleich c ist.
- Für jede ganze Zahl a gibt es eine ganze Zahl b so dass die Summe a plus b negativ ist und die Differenz a minus b positiv ist.

Aufgabe 2. Beweisen Sie Theorem 1.11(f),(h) und (k) unter Verwendung von Wahrheitstafeln.

Aufgabe 3.

- Es sei M eine Menge und $A, B \subset M$ Teilmengen. Zeigen Sie, dass

$$M \setminus (A \cap B) = (M \setminus A) \cup (M \setminus B)$$

gilt.

- Es seien die Mengen $A' \subset A$ und $B' \subset B$ gegeben. Welche der Symbole \subset, \supset und $=$ darf man in der nächsten Zeile für \square einsetzen um eine wahre Aussage zu erhalten?

$$(A \times B) \setminus (A' \times B') \square (A \setminus A') \times (B \setminus B')$$

Hinweis: Vergessen Sie nicht Ihre Behauptung zu beweisen. Sollte ein Symbol nicht eingesetzt werden dürfen, so müssen Sie dies durch Angabe eines Gegenbeispiels zeigen.

Aufgabe 4. (Präsenzaufgabe - keine Abgabe) Seien $A', A'' \subset A$ und $B', B'' \subset B$ Mengen und $f : A \rightarrow B$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

- $f(A' \cap A'') \subset f(A') \cap f(A'')$,
- $f^{-1}(B' \cap B'') \subset f^{-1}(B') \cap f^{-1}(B'')$,
- $f(f^{-1}(B')) \subset B'$.

Gilt jeweils auch Gleichheit?