

## Mathematik für Informatiker: Algebraische Strukturen

Wintersemester 2016/17 - Übungsblatt 13

Keine Abgabe

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie die Determinanten von  $A \in \text{Mat}(3, 3, \mathbb{R})$  und  $B \in \text{Mat}(4, 4, \mathbb{R})$ , wobei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 2.** Für  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  sei

$$A_n = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \text{Mat}(n, n, \mathbb{R}).$$

Zeigen Sie, dass  $\det(A_n) = n + 1$  gilt.

*Hinweis: Verwenden Sie Induktion nach  $n$  und den Determinantenentwicklungssatz.*

**Aufgabe 3.** Wir betrachten den folgenden Code in  $\mathbb{F}_2^{12}$ :

$$C = \left\{ x \in \mathbb{F}_2^{12} : \begin{array}{l} x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + x_{11} = x_8 \\ x_3 + x_6 + x_7 + x_{10} + x_{11} = x_4 \\ x_5 + x_6 + x_7 + x_{12} = x_2 \\ x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = x_1 \end{array} \right\}$$

- Bestimmen Sie eine Generatormatrix von  $C$ .
- Bestimmen Sie eine Kontrollmatrix von  $C$ .
- Bestimmen Sie den Minimalabstand von  $C$ .
- Für welche  $t \in \mathbb{N}_{>0}$  ist  $C$   $t$ -fehlerkorrigierend?
- Für welche  $t \in \mathbb{N}_{>0}$  ist  $C$   $t$ -perfekt?