

Mathematik für Informatiker: Algebraische Strukturen

Wintersemester 2016/17 - Übungsblatt 12

Abgabetermin: 3.2.2017, 8:15h

Aufgabe 1. Es sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ gegeben durch

$$f \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + x_3 \\ x_1 - 2x_2 \\ x_1 + x_3 \\ 3x_1 - 4x_2 \end{pmatrix}.$$

Weiter seien

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, w_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, w_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, w_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie für $B = (v_1, v_2, v_3)$ und $C = (w_1, w_2, w_3, w_4)$ die Matrix $M_{B,C}(f)$.

Aufgabe 2. Sei K ein Körper, $A \in \text{Mat}(m \times n, K)$ und A' die Zeilenstufenform von A . Betrachten Sie die zugehörigen linearen Abbildungen $f : K^n \rightarrow K^m, x \mapsto Ax$ und $f' : K^n \rightarrow K^m, x \mapsto A'x$. Zeigen Sie, dass $\text{rk}(f) = \text{rk}(f')$ gilt.

Aufgabe 3. Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 8 \\ 2 & 2 & a+3 & 16 \\ 1 & 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 10 & a \end{pmatrix} \in \text{Mat}(4 \times 4, \mathbb{R})$. Bestimmen Sie den Rang von A in

Abhängigkeit des Parameters a . Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1} für $a = 8$.