TECHNISCHE UNIVERSITÄT
KAISERSLAUTERN

Prof. Dr. Mathias Schulze
Dipl.-Math. Cornelia Rottner
Fachbereich Mathematik

Algebraische Strukturen

Wintersemester 2015716 - Übungsblatt 12

Abgabetermin: 8.2.2016, 14:00h

Hinweis: Aufgabe 3 bezieht sich auf Stoff, der erst in der Vorlesung am 3.2.2016 behandelt wird. Warten Sie daher mit der Bearbeitung dieser Aufgabe bis nach der Vorlesung oder lesen Sie Kapitel 10 im Skript von Andreas Gathmann.

Alle Ringe sind kommutativ mit Eins und nicht der Nullring.

Aufgabe 1. Untersuchen Sie, ob der Potenzreihenring $R[\![t]\!]$ über einem Integritätsring R ebenfalls wieder ein Integritätsring ist.

Aufgabe 2. Gegeben sei der Ring $R = \mathbb{Z}[i\sqrt{5}] = \{a + bi\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{C}$. Wir definieren $w = 1 + i\sqrt{5}$.

(a) Bestimmen Sie alle Teiler von 2, w, $2w$ und 6 in R.

(b) Zeigen Sie, dass die Elemente $2w$ und 6 in R keinen größten gemeinsamen Teiler haben.

Aufgabe 3. Sei R ein Integritätsbereich. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

(a) R ist ein Körper.

(b) $R[t]$ ist ein Hauptidealring.

(c) $R[t]$ ist ein euklidischer Ring.