TECHNISCHE UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN

Prof. Dr. Mathias Schulze
Dipl.-Math. Cornelia Rottner
Fachbereich Mathematik

Mathematik für Informatiker: Algebraische Strukturen

Sommersemester 2015 - Übungsblatt 2

Abgabetermin: 11.5.2015, 9:45h

Aufgabe 1. Untersuchen Sie (ohne Lemma 3.11. zu verwenden), ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind:

(a) $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto 3x + 2$

(b) $f_2 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} : x \mapsto 3x + 2$

(c) $f_3 : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R} : (x, y) \mapsto (xy, x + 1)$

(d) $f_4 : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R} : (x, y) \mapsto (x - y, x + y)$

(e) $f_5 : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto 11x + 5y$

Aufgabe 2. Seien $f : M \to N$ und $g : N \to M$ zwei Abbildungen. Wir nennen g

(a) eine Linksinverse zu f, falls $g \circ f = \mathrm{id}_M$;

(b) eine Rechtsinverse zu f, falls $f \circ g = \mathrm{id}_N$;

(c) Umkehrabbildung zu f, falls g Links- und Rechtsinverse zu f ist.

Geben Sie jeweils Linksinverse, Rechtsinverse und Umkehrabbildung für die Abbildungen aus Aufgabe 1 an falls diese existieren.

Aufgabe 3. Seien M und N zwei endliche Mengen gleicher Mächtigkeit (d.h. $|M| = |N|$). Zeigen Sie, dass für eine Abbildung $f : M \to N$ folgende Aussagen äquivalent sind:

(a) f ist injektiv.

(b) f ist surjektiv.

(c) f ist bijektiv.

Gilt diese Äquivalenz auch falls M und N nicht endlich sind?

Aufgabe 4. Seien M, N zwei nicht-leere Mengen und $f : M \to N$ eine Abbildung. Formulieren Sie die folgende Aussage zunächst in Quantorenschreibweise und beweisen Sie sie anschließend: f ist genau dann injektiv, wenn für alle nicht-leeren Mengen X und für alle Abbildungen $g : X \to M$ und $h : X \to M$ aus $f \circ g = f \circ h$ folgt, dass $g = h$ ist.