Technische Universität Kaiserslautern

Prof. Dr. Mathias Schulze
Dipl.-Math. Cornelia Rottner
Fachbereich Mathematik

Mathematik für Informatiker: Algebraische Strukturen

Sommersemester 2015 - Übungsblatt 13

Keine Abgabe

Aufgabe 1. (a) Bestimmen Sie die Determinaten von $A \in \mathrm{Mat}(3,3,\mathbb{R})$ und $B \in \mathrm{Mat}(4,4,\mathbb{R})$, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

(b) Für $n \in \mathbb{N}_{>0}$ sei

$$A_n = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}(n,n,\mathbb{R}).$$

Zeigen Sie, dass $\det(A_n) = n + 1$ gilt.
Hinweis: Verwenden Sie Induktion nach n und den Determinantenentwicklungssatz.

Aufgabe 2. Wir betrachten den folgenden Code in $\mathbb{F}_2^{12}$:

$$C = \left\{ x \in \mathbb{F}_2^{12} : \begin{array}{rcl} x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + x_{11} & = & x_8 \\ x_3 + x_6 + x_7 + x_{10} + x_{11} & = & x_4 \\ x_5 + x_6 + x_7 + x_{12} & = & x_2 \\ x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} & = & x_1 \end{array} \right\}$$

(a) Bestimmen Sie eine Generatorenmatrix von C.

(b) Bestimmen Sie eine Kontrollmatrix von C.

(c) Bestimmen Sie den Minimalabstand von C.

(d) Für welche $t \in \mathbb{N}_{>0}$ ist C t-fehlerkorrigierend?

(e) Für welche $t \in \mathbb{N}_{>0}$ ist C t-perfekt?